

ADAM SOJDA

Politechnika Śląska w Gliwicach

## ZASTOSOWANIE METODY PAY-OFF DO WYCENY WARTOŚCI PRZEDSIĘBIORSTWA<sup>1</sup>

### Streszczenie

W artykule przedstawiano możliwość zastosowania metody rozmytej pay-off do wyznaczania wartości przedsiębiorstwa górniczego. Metoda została wykorzystana przy metodzie wyceny DCF. Zastosowanie zbiorów rozmytych pozwala ograniczyć liczbę rozważanych scenariuszy do trzech. Scenariusze odpowiadają odpowiednio sytuacji najgorszej, najbardziej prawdopodobnej oraz najkorzystniejszej, przy określonej strategii postępowania. Otrzymany wynik jest również wynikiem analogicznej postaci, otrzymujemy zatem wartości odpowiadające dla scenariusza najlepszego, najgorszego oraz najbardziej prawdopodobnego. Liczba rozmyta jest zamieniana na jedną konkretną wartość pośrednią uwzględniającą wszystkie scenariusze. Zastosowanie liczb rozmytych pozwala również na porównywanie ze sobą dwóch różnych scenariuszy realizowanych przy różnych strategiach.

**Słowa kluczowe:** wartość przedsiębiorstwa, metoda pay-off, NPV, zbiory rozmyte

### Wprowadzenie

Sytuacja ekonomiczna w pierwszej dekadzie XXI wieku obfituje w zdarzenia kryzysowe, które ze względu na powiązania gospodarek mają zasięg światowy. Gospodarki jednych krajów reagują na nie gwałtownym spadkiem wskaźników ekonomicznych, np. gospodarka Stanów Zjednoczonych Ameryki Północnej,

---

<sup>1</sup> Praca powstała w ramach realizacji projektu badawczego nr N N524 341640 „Metoda wyznaczania wartości kopalni węgla kamiennego” finansowanego ze środków Narodowego Centrum Nauki.

Irlandii. W innych objawia się ona spowolnieniem gospodarczym na poziomie nieprzekraczającym kilku procent. Atmosfera strachu przed globalnym kryzysem jest wszechobecna. Trudno jest wyrokować, czy podejmowane przez rządy poszczególnych krajów oraz instytucje międzynarodowe działania powstrzymują globalny kryzys, czy są tylko i wyłącznie usprawiedliwieniem dla wprowadzenia niezbędnych reform restrukturyzacyjnych. Niezależnie od intencji, jakimi kierują się decydenci, konieczność uwzględniania ryzyka w działalności przedsiębiorstwa jest niezbędna. W okresie stabilnego wzrostu gospodarczego prognozy na przyszłość są w miarę przewidywalne i mogą być przedstawiane w postaci jednej wartości. Dla gospodarek zagrożonych kryzysem racjonalnym postępowaniem jest budowa prognoz na podstawie zróżnicowanych scenariuszy celem stworzenia prognozy przedziałowej. Ze statystycznego punktu widzenia można stwierdzić, że w czasach kryzysu estymacja przedziałowa zastępuje estymację punktową. Istnieje konieczność poszukiwania metod, które pozwolą na uwzględnienie ryzyka i jednocześnie będą proste w zastosowaniu.

## 1. Ryzyko

Ryzyko jest zjawiskiem o charakterze obiektywnym i jednocześnie powszechnym w działalności gospodarczej, choć nie dotyczy ono każdej z dziedzin gospodarki w takim samym stopniu. U źródeł ryzyka znajduje się konieczność podejmowania decyzji dotyczących przyszłości. Złożoność otaczającej nas rzeczywistości, nie tylko gospodarczej, powoduje, że wynik działań jest funkcją zależną nie tylko od tego, jaka zostanie podjęta decyzja, lecz także zależy od innych czynników. W działalności gospodarczej należy umieć mierzyć ryzyko, a równie ważna jest identyfikacja źródeł ryzyka.

Pojęcie „ryzyko” można rozpatrywać w aspekcie obiektywnym i subiektywnym. Poprzez ryzyko obiektywne rozumiemy względne odchylenie straty rzeczywistej od straty oczekiwanej. Ta definicja ryzyka pozwala określić miary ryzyka jako miary rozproszenia, np. odchylenie standardowe, współczynnik zmienności. Za miarę można również przyjąć maksymalne prawdopodobne odchylenie rezultatu rzeczywistego od wielkości zakładanej. Te miary ryzyka można stosować przy założeniu o znajomości rozkładu straty rzeczywistej bądź w sytuacji, kiedy obowiązuje prawo wielkich liczb (mamy odpowiednio dużą liczbę danych statystycznych). Ryzyko subiektywne odnosi się do niepewności opartej na osobistych

uwarunkowaniach. „Ryzyko subiektywne jest indywidualną oceną szansy wystąpienia określonego rezultatu”<sup>2</sup>. Dodatkowo ryzyko można pojmować jako:

- szansę wystąpienia straty – możliwość lub prawdopodobieństwo, że coś się wydarzy, albo stopień prawdopodobieństwa;
- możliwość wystąpienia straty – ryzyko jest niewiadomą, dlatego definicja ta nie może służyć do kwantyfikacji wielkości ryzyka, ale tylko do zauważenia możliwości zajścia określonego zdarzenia;
- stan, w którym istnieje możliwość straty – ryzyko to pewien stan rzeczywistości, w którym istnieje możliwość odchylenia wyniku rzeczywistego od założonego. W tej definicji ryzyka, o ile istnieją odpowiednie obserwacje statystyczne, ryzyko może być mierzone za pomocą odchylenia standardowego;
- prawdopodobieństwo wyniku innego niż oczekiwany – obiektywne prawdopodobieństwo, że faktyczna wartość będzie się różnić od zakładanej;
- dyspersję rezultatów rzeczywistych i oczekiwanych – miara ryzyka jest utożsamiana ze stopniem rozrzutu wartości od wartości zakładanej, definicja ta wymaga obserwacji statystycznych;
- czyste i spekulatywne – odnoszące się w głównej mierze do teorii ubezpieczeń. Zakłada się, że ryzyko czyste przynosi tylko stratę, przy braku jego realizacji nie występują korzyści<sup>3</sup>. Ryzyko to jest mierzalne w większym stopniu niż ryzyko spekulatywne;
- fundamentalne i partykularne – ryzyko fundamentalne odnosi się do tych źródeł ryzyka, które mają wpływ na dużą liczbę jednostek, w przypadku ryzyka partykularnego ryzyko to odnosi się do indywidualnych przypadków;
- statyczne i dynamiczne – kryterium podziału jest ustalone poprzez wpływ upływu czasu na ryzyko. Styczne jest niezależne od czasu natomiast ryzyko dynamiczne jest funkcją czasu.

Przedstawione definicje ryzyka dotyczą tylko i wyłącznie samego pojęcia ryzyka. W odniesieniu do prowadzonej działalności ryzyko można jeszcze dodatkowo klasyfikować ze względu na charakter zewnętrzny (otoczenie) oraz

---

<sup>2</sup> W. Ronki-Chmielowiec, *Ubezpieczenia. Rynek i ryzyko*, PWE, Warszawa 2002, s. 135.

<sup>3</sup> Tamże, s. 135–139.

wewnętrzny (decyzje zarządu). Zewnętrzne ryzyko może być wypadkową wielu czynników, Tarczyński<sup>4</sup> podaje następujące rodzaje takich czynników:

- ryzyko polityczne – związane z decyzjami i zdarzeniami politycznymi, np. wyniki wyborów, zamach stanu;
- ryzyko związane z sytuacją na giełdzie papierów wartościowych – analizy giełdowe wskazują, że zmiany cen odbywają się w określonych trendach, dlatego zmiany jego kierunku mogą dodatkowo powiększać niepewność inwestycji;
- ryzyko rynku – związane jest z wahaniami cen rynkowych, a przede wszystkim ze zmianami cen surowców, zaopatrzenia;
- ryzyko płynności – ma miejsce w przypadku likwidacji inwestycji. Przez płynność należy rozumieć czas niezbędny do zamiany posiadanych aktywów na gotówkę. Im czas ten jest dłuższy, tym ryzyko płynności jest większe;
- ryzyko inflacji – w przypadku zwiększenie się stopy inflacji, dochód z inwestycji może nie pokryć wzrostu kosztów utrzymania. Wzrost inflacji prowadzi do zmiany siły nabywczej dochodu z tytułu inwestycji, dlatego ryzyko to nazywane jest również ryzykiem siły nabywczej. Inflacja jest ryzykiem, które można, dysponując odpowiednimi danymi, określić w sposób wartościowy poprzez stopę inflacji;
- ryzyko stopy procentowej – jest konsekwencją ryzyka inflacji;
- ryzyko kursów walut – występuje w przypadku, kiedy inwestor inwestuje w instrument finansowy podlegający denominacji w innej walucie niż waluta inwestora. Zmiana kursu waluty zmienia stopę zwrotu;
- ryzyko niedotrzymania warunków – ma miejsce w sytuacji, kiedy emitent instrumentu finansowego nie dotrzymuje wcześniej ustalonych warunków.

Wewnętrzne źródła niepewności trudno jest dokładnie rozdzielić, gdyż są wzajemnie ze sobą powiązane. Można jednak wymienić kilka z nich:

- ryzyko bankructwa – dane przedsiębiorstwo może zbankrutować;
- ryzyko zarządzania – wpływ na nie mają błędne decyzje określające strategię działania, wprowadzenie nowych technologii;
- ryzyko finansowe – pojawia się w przypadku finansowania działalności kapitałem obcym, prowadzącym często do dodatkowych obciążeń<sup>5</sup>.

---

<sup>4</sup> W. Tarczyński W., *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*, Wydawnictwo Placet, Warszawa 1997, s 86.

<sup>5</sup> Tamże.

Ryzyko jest zatem pojęciem wieloznacznym, aby dokonać jego pomiaru, należy dysponować odpowiednimi informacjami statystycznymi. Pozwalają one na określenie miary ryzyka na podstawie zdarzeń przeszłych. Możliwość wykorzystania takiej miary do zdarzeń przyszłych jest związana ze spełnieniem reguły podstawowej prognozowania zakładającej, że model, na podstawie którego stawia się prognozę na dany okres, będzie dalej aktualny<sup>6</sup>. W przypadku, kiedy system gospodarczy nie jest objęty kryzysem, można wykorzystywać miary ryzyka oparte na odpowiednich miarach statystycznych. W kryzysie sytuacja gospodarcza zmienia się w sposób nieprzewidywalny co do natężenia, możliwe do przewidzenia są kierunki zmian – spodziewany spadek wartości. W praktyce pomiar ryzyka może się odbywać poprzez udział ekspertów mogących oszacować, wskazać pewne wielkości, jak również określić typ ich rozkładu. Można także próbować generować wiele różnych scenariuszy i na tej podstawie stosować miary statystyczne, jednak zwiększenie liczby scenariuszy wiąże się z dodatkowym kosztem. Należy zastanowić się nad ich liczbą rozwiązanych i generowanych wariantów. W metodzie PERT są stosowane trzy czasy realizacji danej czynności: najbardziej optymistyczny, modalny – występujący najczęściej – oraz najbardziej pesymistyczny. Zatem można poszukiwać takiej metody, która przy wyznaczaniu wartości przedsiębiorstwa uwzględniała analogiczne scenariusze.

## 2. Liczby rozmyte

Bardzo często próba uchwycenia i opisu fragmentu otaczającej na rzeczywistości tylko za pomocą jednej wartości jest niewystarczająca. Mnogość wariantów powoduje, że poszukujemy możliwości prostego i nieskomplikowanego przedstawienia spraw skomplikowanych. Jedną z takich form opisu są liczby rozmyte i zbiory rozmyte. Ta próba matematycznego ujęcia nieostrości pojęć powala zamiast kategorii „dokładnie” posłużyć się kategorią „w przybliżeniu”. Zastosowanie liczb rozmytych pozwala na wprowadzenie dyspersji jako dodatkowego elementu składającego się na liczbę rozmytą.

**Definicja 1.** Zbiorem rozmytym  $\mathbf{A}$  w pewnej niepustej przestrzeni  $\mathbf{X}$  nazywamy zbiór par  $\mathbf{A} = \{(x, A(x); x \in \mathbf{X})\}$ , w którym  $A(x) : \mathbf{X} \rightarrow [0; 1]$  jest funkcją przynależności zbioru rozmytego  $\mathbf{A}$ . Funkcja ta, dla każdego  $x \in \mathbf{X}$  określa

<sup>6</sup> M. Cieślak (red.), *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002, s. 35.

stopień jego przynależności do zbioru rozmytego  $A$ . Rozróżnia się trzy zasadnicze przypadki:

- pełna przynależność elementu  $x$  do zbioru rozmytego, wtedy  $A(X) = 1$ ,
- brak przynależności elementu do zbioru rozmytego, wtedy  $A(X) = 0$ ,
- częściowa przynależność elementu do zbioru rozmytego, wtedy  $0 < A(X) < 1$ .

Liczbę rozmytą można również zdefiniować poprzez podanie funkcji przynależności.

**Definicja 2.** Liczbą rozmytą  $A$  nazywamy dowolny zbiór rozmyty określony w przestrzeni liczb rzeczywistych  $\mathbf{R}$  za pomocą funkcji przynależności:

$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq a \\ f_A(x) & \text{dla } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{dla } b \leq x \leq c \\ g_A(z) & \text{dla } c \leq x \leq d \\ 0 & \text{dla } d \leq x \end{cases}, \quad (3)$$

gdzie  $f_A(x)$ ,  $g_A(x)$  są funkcjami ciągłymi, przy czym  $f_A(x)$  jest rosnąca w przedziale  $[a, b]$ , a  $g_A(x)$  jest malejąca w przedziale  $[c, d]$ . Dopuszcza się również przyjmowanie przez wartości  $a, d$  nieskończoności.

**Definicja 3.** Funkcja przynależności klasy  $t$  trójkątnej jest definiowana w sposób następujący:

$$A(x) = \begin{cases} 1 - \frac{a-x}{\alpha} & \text{dla } a - \alpha \leq x \leq a \\ 1 - \frac{x-a}{\beta} & \text{dla } a \leq x \leq a + \beta \\ 0 & \text{poza tym} \end{cases}, \quad (4)$$

Liczba rozmyta o klasie przynależności  $t$  może być zapisana jako  $A = (a, \alpha, \beta)$ .

Dla liczb rozmytych definiuje się podstawowe działania arytmetyczne: dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie.

**Definicja 4** Dodawanie dwóch liczb rozmytych  $A_1$  i  $A_2$  oznaczmy:  $A_1 \oplus A_2 = B$ . Dla liczby rozmytej trójkątnej działanie dodawania można zapisać jako:

$$A_1 \oplus A_2 = (a^{(1)}, \alpha^{(1)}, \beta^{(1)}) + (a^{(2)}, \alpha^{(2)}, \beta^{(2)}) = (a^{(1)} + a^{(2)}, \alpha^{(1)} + \alpha^{(2)}, \beta^{(1)} + \beta^{(2)}) \quad (5)$$

Operacja odejmowania dwóch liczb rozmytych rozumiana jest analogicznie, czyli odejmowanie są wartości na poszczególnych pozycjach. Jest to szczególnie użyteczne w przypadku, kiedy chcemy ze sobą porównać dwie liczby rozmyte. Wystarczy odjąć od siebie dwie liczby rozmyte trójkątne, aby znów otrzymać liczbę rozmytą trójkątną.

Zamiana liczby rozmytej na liczbę rzeczywistą odbywa się na podstawie operacji wyostrzania jednym ze sposobów jest metoda pay-off określona w definicji 5.

**Definicja 5.** Metoda pay-off wyznacza wartość rzeczywistą ROV za pomocą wzoru:

$$ROV = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} A(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} A(x) dx} E(A_+) , \quad (6)$$

gdzie

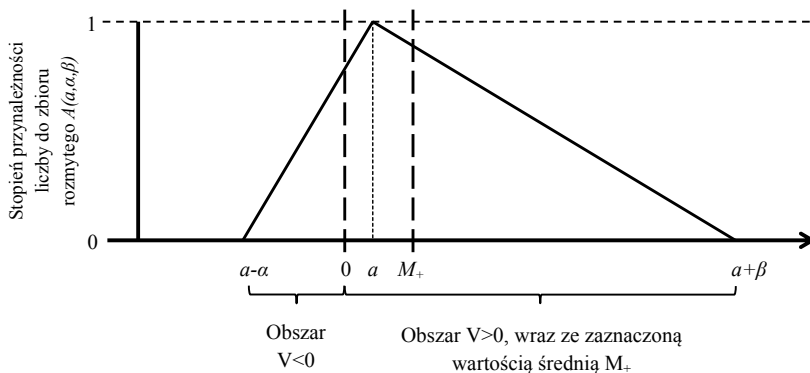
$$\int_{-\infty}^{+\infty} A(x) dx \text{ pole pod funkcją przynależności,}$$

$$\int_0^{+\infty} A(x) dx \text{ pole pod funkcją przynależności dla wartości dodatnich.}$$

Wartość  $E(A_+)$  wyznaczana ze wzoru:

$$E(A_+) = \begin{cases} a + \frac{\beta - \alpha}{6} & \text{dla } a - \alpha > 0 \\ \frac{(\alpha - a)^3}{6\alpha^2} + a + \frac{\beta - \alpha}{6} & \text{dla } a - \alpha < 0 < a \\ \frac{(a + \beta)^3}{6\beta^2} & \text{dla } a < 0 \\ 0 & \text{dla } a + \beta < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Na rysunku 1 przedstawiono trójkątną liczbę rozmytą.



Rysunek 1. Trójkątna liczba rozmyta  $A$ , z zaznaczoną wartością średnią  $M_+$

Źródło: opracowanie własne.

Wprowadzenie liczb rozmytych pozwala na uwzględnienie w postaci jednej „liczby” bardziej złożonych struktur. Dodatkową zaletą jest również możliwość przekształcenia liczby rozmytej na konkretną wartość liczbową. Zaproponowana metoda pay-off przypisuje wartość rzeczywistą do liczby rozmytej, uwzględniając dodatkowo położenie liczby w stosunku do wartości równej 0. Ta dodatkowa modyfikacja ma szczególne znaczenie dla zastosowania tej metody.

### 3. Wartość przedsiębiorstwa

Termin „wartość” ma wiele znaczeń i dla każdego może oznaczać zupełnie coś innego. W relacjach interpersonalnych bardzo często posługujemy się własną subiektywną oceną wartości. W przypadku przedsiębiorstwa znajdującego się z relacjach z innymi przedsiębiorstwami potrzeba wprowadzenia jednoznacznej definicji wartości jako sposobu pomiaru i porównania jest niezmiernie pożądana. Ponieważ nie ma zgody co do jednoznaczności znaczenia słowa „wartość”, również z punktów widzenia strategii przedsiębiorstwa pojawia się wiele znaczeń tego słowa. Przeważnie wartość rozumiana jest jako to, ile coś jest dla nas warte pod względem materialnym. Encyklopedia PWN definiuje wartość jako „wszystko to, co cenne i godne pożądania”. Słownik języka polskiego traktuje



wartość jako „cechę rzeczy dającą wyrazić się równoważnikiem pieniężnym lub innym środkiem płatniczym”.

### 3.1. Wartość przedsiębiorstwa i jej mierniki

Źródeł wartości przedsiębiorstwa należy szukać w jego kapitale. Przedsiębiorstwo, wydając kapitał na określone przedsięwzięcia gospodarcze, spodziewa się określonego zysku z zainwestowanego kapitału. U źródeł wartości musi leżeć kapitał oraz podejmowane decyzje o jego wykorzystaniu. Posługiwanie się pojęciem „kapitał” nie jest pozbawione cech wieloznaczności, posługujemy się pojęciem kapitału: intelektualnego, społecznego, rzeczowego, kulturowego itd.

W kategoriach przedsiębiorstwa kapitał może być traktowany jako:

- bogactwo potrzebne do dalszej produkcji,
- wynik części procesu produkcyjnego przeznaczony do dalszej produkcji,
- przedmiot pożyczki.

Kapitał i wartość są z sobą nierozzerwalnie związane i przenikają się wzajemnie. Wartość kapitału jest traktowana jako pieniężny wyraz aktualnej wartości rynkowej przedsiębiorstwa. Wartość przedsiębiorstwa może być:

- wartością przedsiębiorstwa opartą na wartości nakładów poniesionych na jego utworzenie,
- wartością ekonomiczną opartą na kategorii wartości użytkowej i wynikająca z korzyści związanych z funkcjonowaniem przedsiębiorstwa,
- wartością rynkową przedsiębiorstwa.

Przedstawiony zestaw kategorii nie jest pełny, można uzupełnić go o dodatkowe znaczenia terminu wartość<sup>7</sup>:

- wartość ekonomiczna – zdolność aktywów do dostarczania ich posiadaczowi strumienia wolnych przepływów pieniężnych;
- wartość w użyciu – wartość przyszłych przepływów pieniężnych łącznie z końcowym rozliczeniem;
- wartość księgową;
- wartość odtworzeniową – traktowana jako kwota niezbędna do zastąpienia istniejących aktywów trwałych;

---

<sup>7</sup> R. Borowiecki, J. Czaja, A. Jaki, M. Kulczycki, *Metody i systemy wyceny przedsiębiorstw*, Twigger, Warszawa 2002; D. Zarzecki, *Metody wyceny przedsiębiorstw*, Fundacja Rozwoju Rachunkowości, Warszawa 1999.

- wartość zamiany – odzwierciedlająca koszt nabycia aktywów, które mogłyby pełnić funkcje aktywów będących obecnie w dyspozycji przedsiębiorstwa;
- wartość rynkowa – traktowana jako cena wymienna dobra lub usługi na zorganizowanym i niemanipulowanym rynku; wartość rynkowa jest to wartość występująca w danym momencie czasu oznaczająca zgodność stron transakcji;
- wartość sprawiedliwa – w szerokim pojęciu tożsama z wartością rynkową; kategoria często stosowana w umowach;
- wartość likwidacyjna – to wartość możliwa do uzyskania ze sprzedaży składników.

Wieloznaczność pojęcia rodzi również wielość mierników stosowanych do oceny wartości. Mierniki te dzielone są zazwyczaj na dwie kategorie:

1. Mierniki księgowo – tworzone na podstawie danych pochodzących ze sprawozdawczości finansowej. Wykorzystują różne kategorie zysku, nakładu oraz kapitał. Do najważniejszych mierników należy zaliczyć wskaźnik zwrotu z inwestycji (ROI), wskaźnik zwrotu z aktywów (ROA), wskaźnik zwrotu z kapitału własnego (ROE) czy wskaźnik zwrotu na jedną akcję (EPS). Mierniki te są popularne ze względu na prostotę konstrukcji, łatwą interpretację, mają jednak wiele wad: zależą od stosowanych w danym kraju standardów rachunkowości, zysk nie uwzględnia zmiany wartości pieniądza w czasie, nie wszystkie pozycje w aktywach przedsiębiorstwa mają wpływ na zyski osiągnięte przez przedsiębiorstwo, zysk księgowy może być słabo skorelowany z wartością przedsiębiorstwa, wzrost czy jego spadek nie oznacza spadku lub wzrostu wartości.
2. Mierniki oparte na wartości – są częścią ogólnej koncepcji zarządzania i stanowią alternatywę dla „tradycyjnych” mierników księgowych. Do najczęściej wykorzystywanych należą ekonomiczna wartość dodana (EVA), wartość dla akcjonariuszy (SVA), zysk rezydualny (RI), mierniki oparte na przepływach pieniężnych, czyli stopa zwrotu z inwestycji oparta na przepływach pieniężnych (CFROI).

#### 4. Inwestycje

Podstawowym źródłem kreowania wartości przedsiębiorstwa są inwestycje. Pojęciu temu też towarzyszy wieloznaczność, z jednej strony na inwestycję można patrzeć z punktu widzenia przepływów finansowych (ruchu pieniądza), a z drugiej strony inwestycja ma swój wymiar rzeczowy wynikający z materialnego efektu w wyniku prowadzenia inwestycji. Możliwe jest jednak wychwylenie cech wspólnych, jakimi są nakłady, korzyść, czas oraz ryzyko.

Jedną z metod oceny inwestycji jest metoda NPV korzystająca z przepływów finansowych generowanych przez inwestycję:

$$NPV = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1+i)^t}, \quad (1)$$

gdzie:

NPV – wartość bieżąca netto,

$CF_t$  – przepływy gotówkowe w okresie  $t=1,2,\dots,n$ ,

$i$  – stopa dyskontowa.

Analogicznie jak pojedynczą inwestycję można ocenić i wycenić działalność przedsiębiorstwa, biorąc pod uwagę przepływy finansowe generowane przez nie oraz wartością rezydualną<sup>8</sup>.

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{FCF_t}{(1+WACC)^t} + \frac{RV_n}{(1+WACC)^n}, \quad (2)$$

gdzie

$V$  – wartość przedsiębiorstwa,

$FCF_t$  – przepływy pieniężne netto w okresie  $t$ ,

$WACC$  – średni ważony koszt kapitału użytego do finansowania działalności przedsiębiorstwa w okresie  $t=1,2,\dots,n$ ,

$n$  – liczba lat, dla których ustala się przepływy pieniężne (liczba lat objętych prognozą),

$RV_n$  – wartość rezydualna jaką ma przedsiębiorstwo po zakończeniu okresu  $n$ .

<sup>8</sup> J. Ostaszewski, T. Cicirko, *Finanse spółki akcyjnej*, Difin, Warszawa 2006, s. 310.

Wartość rezydualna jest wyznaczana ze wzoru Gordona bądź przyjmuje się, że jest równa zero.

Przedstawiony sposób wyznaczania wartości narzuca konieczność przedstawienia konkretnej wartości przepływu w poszczególnych okresach działalności przedsiębiorstwa. Przy takim ujęciu opisujemy przyszłe przepływy za pomocą jednej wartości, zupełnie pomijając ryzyko. Dlatego poszukiwanie nowych sposobów oceny uwzględniających ryzyko jest szczególnie ważne w przypadku prowadzenia działalności, a w szczególności działalności inwestycyjnej.

W pracach<sup>9</sup> pokazano, jak można, wykorzystując wzór (1) oraz metodę rozmytą pay-off, otrzymać ocenę projektów inwestycyjnych. Naturalna wydaje się możliwość zastosowania tej metody do wyceny wartości przedsiębiorstwa na podstawie wzoru (2).

## 5. Przykłady zastosowań

Rozważania odnośnie do ryzyka prowadzą do wniosku, że w przypadku kryzysu nie można stosować klasycznych miar ryzyka opartych na miarach zmienności. Analogicznie do programowania sieciowego, uwzględnienie ryzyka wymaga co najmniej trzech scenariuszy. Różne sposoby wyceny i rozumienia wartości przedsiębiorstwa pozwalają na wybranie takiej metody, dla której zastosowanie wariantów scenariuszowych nie powinno być zbyt kłopotliwe. Liczby rozmyte pozwalają na przetwarzanie całej informacji przekazywanej przez wskazane scenariusze, czyli uwzględniają ryzyko. Na poniższych przykładach pokazano, jak połączyć ryzyko, wartość przedsiębiorstwa oraz liczby rozmyte.

### Przykład 1

Dla zadanej wartości WACC zakłada się trzy scenariusze, dla których wyznaczone zostały wartości przepływów, przyjęto, że wartość rezydualna jest równa zero. Scenariusze Dobry, Bazowy, Zły odpowiadają wyznaczonym przepływom w przypadku sytuacji: najkorzystniejszej, najbardziej prawdopodobnej,

<sup>9</sup> M. Collan, R. Fuller, J. Mezei, *A fuzzy pay-off method for real option valuation*, „Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences” 2009, Vol, Article ID 2238196, 14 pages, doi: 10.1155/2055/238196; M. Collan, J. Kinnunen, *A procedure for the rapid pre-acquisition screening of target companies using the pay-off method for real option valuation*, „Journal of Real Option Strategiy” 2011, Vol. 4, No. 1.

najgorszej z zakładanych. Podstawę scenariusza bazowego stanowiła wartość przepływów, jaka była rzeczywiście prognozowana w pewnym przedsiębiorstwie górniczym. Wartości dla scenariusza Dobry, Zły wyznaczono w drodze konsultacji eksperckich. Przyjęto, że przepływy w scenariuszu Dobry będą o 5% wyższe niż w Bazowym, natomiast dla scenariusza Zły będą niższe o 20%. W tabeli 1 przedstawiono wartości tych przepływów dla poszczególnych lat (pierwsze trzy wiersze) oraz wartości zaktualizowane przepływów, jak również łączne skumulowane przepływy.

Tabela 1

Wartości przepływów FCF wraz z ich wartościami zaktualizowanymi w tys. zł przy WACC 12%

t	1	2	3	4	5	6
FCF Dobry	1 463 582	1 361 215	1 354 911	1 348 608	1 342 305	1 336 001
FCF Bazowy	1 393 888	1 296 395	1 290 392	1 284 388	1 278 385	1 272 382
FCF Zły	1 115 110	1 037 116	1 032 313	1 027 511	1 022 708	1 017 906
PV Dobry	1 463 582	1 260 384	1 161 618	1 070 568	986 634	909 260
PV Bazowy	1 393 888	1 200 366	1 106 303	1 019 589	939 651	865 962
PV Zły	1 115 110	960 292	885 042	815 671	751 721	692 769
V Dobry	6 852 046					
V Bazowy	6 525 758					
V Zły	5 220 607					

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymana liczba rozmyta przedstawiająca wartość V przedsiębiorstwa jest postaci:  $A(6\ 525\ 758, 1\ 305\ 152,326\ 288)$ . Pozwala to określić wartość V równą 6 362 614 na podstawie wzoru (6) i (7).

### Przykład 2

Założmy, że istnieje możliwość zmiany sposobu finansowania działalności, zmienia się WACC oraz zmieniają się wartości w przepływach. W tabeli 2 przedstawiono przykładowe wartości przepływów przy założeniu zmienionej wartości WACC. Wartości przepływów wyznaczono również dla trzech scenariuszy.

Tabela 2

Wartości przepływów FCF wraz z ich wartościami zaktualizowanymi w tys. zł przy WACC 8%

t	1	2	3	4	5	6
FCF Dobry	2 321 015	2 486 222	2 048 662	1 899 228	1 840 516	1 781 804
FCF Bazowy	2 210 490	2 367 831	1 951 107	1 808 789	1 752 872	1 696 956
FCF Zły	1 768 392	1 894 265	1 560 885	1 447 031	1 402 298	1 357 565
PV Dobry	2 321 015	2 302 058	1 756 397	1 507 668	1 352 834	1 212 666
PV Bazowy	2 210 490	2 192 436	1 672 760	1 435 875	1 288 414	1 154 920
PV Zły	1 768 392	1 753 949	1 338 208	1 148 700	1 030 731	923 936
V Dobry	10 452 639					
V Bazowy	9 954 894					
V Zły	7 963 915					

Źródło: opracowanie własne.

Przedstawiona metoda pozwala na porównanie wyników poprzez wyznaczenie różnic w wartości V. Wystarczy odjąć dwie liczby rozmyte, odejmując odpowiednie współrzędne. Otrzymana liczba rozmyta przedstawiająca wartość V przedsiębiorstwa jest równa  $A(9\ 954\ 894, 1\ 990\ 979, 497\ 745)$ . Pozwala to określić wartość V równą  $9\ 706\ 021$  tys. zł wzór (6) i (7). Należy zwrócić uwagę, że wartość ta jest niższa od wartości bazowej.

Zastosowanie liczb rozmytych powala również na wyznaczanie różnicy pomiędzy różnymi wartościami V otrzymanymi dla różnych wartości WACC. Odejmując odpowiadające sobie wartości, otrzymano liczbę rozmytą  $A(3\ 429\ 136, 685\ 827, 171\ 457)$ . Na podstawie wzoru (6) i (7) wyznaczono różnicę w wartościach równą  $3\ 343\ 407$  tys. zł. Różnica dla wartości bazowych wynosi  $3\ 429\ 136$  tys. zł.

## Podsumowanie

Dzięki zastosowaniu liczb rozmytych w prosty sposób można uwzględnić ryzyko oraz dodatkowe informacje poprzez dodatnie dwóch wariantów określających zakres zmienności dla poszczególnych przepływów. Pozwala to na uwzględnienie aspektu ryzyka w wyznaczaniu wartości. Z arytmetycznego punktu widzenia wprowadzona zmiana nie jest zbyt skomplikowana. Wartość

V dla poszczególnych scenariuszy jest obliczana w sposób tradycyjny. Dodatkowo należy tylko wyznaczyć wartość  $E(A_+)$ , co nie jest również arytmetycznie skomplikowanym zadaniem. Zaprezentowana metoda jest uzupełnieniem metod klasycznych, a podawana wyostrzona wartość V uwzględnia informacje o zmienności – ryzyku.

## Literatura

- Borowiecki R., Czaja J., Jaki A., Kulczycki M., *Metody i systemy wyceny przedsiębiorstw*, Twigger, Warszawa 2002.
- Carlson C., Fuller R., *A fuzzy approach to real option valuation*, „Fuzzy Set and Systems” 2003, No. 139.
- Cieślak M. (red.), *Prognozowanie gospodarcze. Metody i zastosowania*, Wydawnictwo Naukowe PWN Warszawa 2002.
- Collan M., Fuller R., Mezei J., *A fuzzy pay-off method for real option valuation*, „Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences” 2009, Vol. Article ID 2238196, 14 pages, doi: 10.1155/2055/238196.
- Collan M., Kinnunen J., *A procedure for the rapid pre-acquisition screening of target companies using the pay-off method for real option valuation*, „Journal of Real Option Strategies” 2011, Vol. 4, No. 1.
- Keswani, M. Shackleton, *How real option disinvestment flexibility augments project NPV*, „European Journal of Research” 2006, No. 168.
- Ostaszewski J., Cicirko T., *Finanse spółki akcyjnej*, Difin, Warszawa, 2006.
- Ronki-Chmielowiec W., *Ubezpieczenia. Rynek i ryzyko*, PWE, Warszawa 2002.
- Tarczyński W., *Rynki kapitałowe. Metody ilościowe*, Wydawnictwo Placet, Warszawa 1997.
- Rudny W., *Opcje rzeczowe w procesie tworzenia wartości przedsiębiorstwa*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej, Katowice 2009.
- Turek M., *Modele finansowania działalności operacyjnej przedsiębiorstw górniczych*, Główny Instytut Górnictwa, Katowice 2011.
- Zarzecki D., *Metody wyceny przedsiębiorstw*, Fundacja Rozwoju Rachunkowości, Warszawa 1999.
- Zadeh L., *Fuzzy sets*, „Information and Control” 1965, Vol. 8.

**A FUZZY PAY-OFF METHOD FOR VALUATION OF THE COMPANY****Summary**

In the article was the possibility of the application of the method of fuzzy pay-off to calculate the value of the company of mine. This method was used in the method of valuation, DCF. Application of fuzzy sets allows you to limit the amount of consideration to three scenarios. The scenarios represent, respectively, the situation worst, most possible and most advantageous, with a particular strategy. The result obtained is also the result of similar form, we therefore value corresponding to the screenplay, best, worst, and most possible. Number of melt is swapped for one particular value indirect taking into account all the scenarios. Application of fuzzy numbers also allows you to compare the two different scenarios implemented various strategies.

**Keywords:** enterprise value, pay-off method, NPV, fuzzy set

*Translated by Adam Sojda*